РАЗРАБОТКИ УРОКОВ

УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

ВЫСШЕЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ КАТЕГОРИИ

МЕЛЬНИЧУК Татьяны Васильевны

МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА №48

ТЕМА: **«КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3»**

Общие сведения: урок по алгебре и началам математического анализа в 11 классе.

Цель урока: проверить уровень усвоения учащимися темы «Применение производной к исследованию функций»; развивать умение мыслить, применять полученные знания в стандартных и нестандартных ситуациях; воспитывать самостоятельность и умение самоорганизации.

Ожидаемые результаты: учащиеся должны продемонстрировать знания правил дифференцирования, алгоритмов исследования функции на монотонность и экстремумы, вычисления наибольшего и наименьшего значений функции на промежутке, понимание геометрического и физического смыслов производной.

Оборудование: раздаточный материал.

Тип урока: контроль и коррекция знаний, умений и навыков.

I. ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ ЭТАП.

II. ПРОВЕРКА ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ.

Учащиеся сдают тетради с домашним заданием на проверку.

III. ФОРМУЛИРОВАНИЕ ТЕМЫ, ЦЕЛИ И ЗАДАНИЙ УРОКА; МОТИВАЦИЯ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ.

Учитель настраивает учащихся на написание конрольной работы, обращает внимание на необходимость предоставления подробных пояснений к заданиям 7-9. Кроме того, учитель указывает на то, что в последнем задании следует учитывать условие параллельности прямых.

IV. ПРОВЕРКА ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ И НАВЫКОВ.

На этом этапе урока можно провести контрольную работу, текст которой приведён ниже, или воспользоваться одним из учебных пособий.

☑ **Контрольная работа №3.**

Вариант 1.

Начальный и средний уровни (6 баллов)

В заданиях 1-6 выбрать правильный, по вашему мнению, ответ.

1. Найти производную функции $y = -\sin x + \cos x$.

   А. $-\cos x - \sin x$ **Б.** $\sin x + \cos x$ **В.** $-\cos x + \sin x$ **Г.** $\cos x - \sin x$

2. Найти производную функции $y = \ln\cos x$.

   А. $-\mathrm{ctg}\,x$ **Б.** $-\mathrm{tg}\,x$ **В.** $\mathrm{ctg}\,x$ **Г.** $\mathrm{tg}\,x$

3. Тело движется по закону $s(t) = 3 + 3t^2$ (s измеряется в метрах, t — в секундах). Вычислить скорость движения тела в момент $t = 1$ с.

   А. 9 м/с **Б.** 12 м/с **В.** 6 м/с **Г.** 18 м/с

4. Найти угловой коэффициент касательной к параболе $y = -2x^3 + 3x$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

   А. -1 **Б.** -7 **В.** 1 **Г.** 7

5. График функции $y = f(x)$ задан на промежутке $[-5; 2]$ (рис. 1). Используя график функции, указать наименьшее значение функции на промежутке $[-2; 5]$.

   А. $(-5; -1)$ **Б.** $(-1; 2)$ **В.** $(-2; 3)$ **Г.** $(0; 3)$

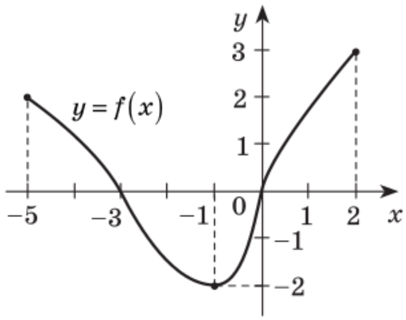

Рис. 1

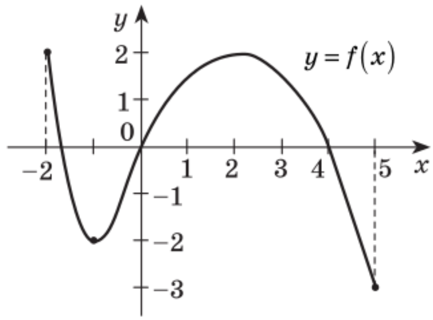

Рис. 2

6. Используя график функции $y = f(x)$ (рис. 2), укажите наименьшее значение функции на промежутке $[-2; 5]$.

   А. -2 **Б.** 5 **В.** -3 **Г.** -1

Достаточный уровень (3 балла)

7. Найти точки экстремума функции $y = 3x^2 - x^3$.

8. Доказать, что функция $f(x) = 2x^5 + 4x^3 + 3x - 7$ на множестве $\mathbb{R}$ является возрастающей.

Высокий уровень (3 балла)

9. На графике функции $y = \dfrac{x+1}{x+2}$ найдите точки, в которых касательная параллельна прямой $y = x - 3$.

Вариант 2.

Начальный и средний уровни (6 баллов)

В заданиях 1-6 выбрать правильный, по вашему мнению, ответ.

1. Найти производную функции $-\cos x + \sin x$.

А. $-\cos x - \sin x$ **Б.** $\sin x + \cos x$ **В.** $-\cos x + \sin x$ **Г.** $\cos x - \sin x$

2. Найти производную функции $y = \ln \sin x$.

А. $-\operatorname{ctg} x$ **Б.** $-\operatorname{tg} x$ **В.** $\operatorname{ctg} x$ **Г.** $\operatorname{tg} x$

3. Тело движется по закону $s(t) = 2 + 2t^2$ (s измеряется в метрах, t — в секундах). Вычислить скорость движения тела в момент $t = 2$ с.

А. 6 м/с **Б.** 10 м/с **В.** 12 м/с **Г.** 8 м/с

4. Найти угловой коэффициент касательной к параболе $y = -2x^2 + 2x$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.

А. 6 **Б.** -6 **В.** -4 **Г.** 2

5. График функции $y = f(x)$ задан на промежутке $[-1; 4]$ (рис. 3). Используя график функции, указать промежутки, на которых $f'(x) > 0$.

А. $(-1; 2)$ **Б.** $(2; 4)$ **В.** $(0; 4)$ **Г.** $(-2; 1)$

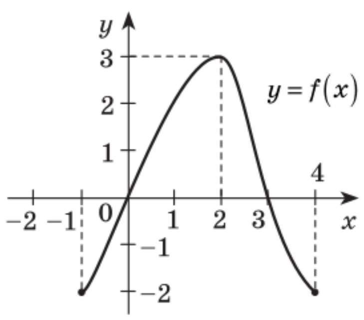

Рис. 3

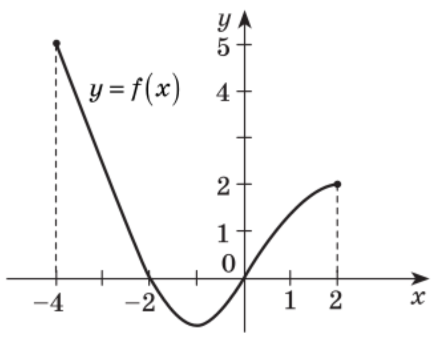

Рис. 4

6. Используя график функции $y = f(x)$ (рис. 4), укажите наименьшее значение функции на промежутке $[-4; 2]$.

   А. -2 **Б.** 5 **В.** -3 **Г.** -1

Достаточный уровень (3 балла)

7. Найти точки экстремума функции $y = x^4 - 2x^2$.

8. Доказать, что функция $f(x) = 5 - 2x - x^3 - 4x^7$ на множестве $\mathbb{R}$ является убывающей.

Высокий уровень (3 балла)

9. На графике функции $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ найдите точки, в которых касательная параллельна прямой $y = 2x + 3$.

Ответы и решения к контрольной работе

Вариант 1.

1. А. **2.** Б. **3.** В. **4.** А. **5.** А. **6.** В.

7. $y = 3x^2 - x^3$; $D(y) = \mathbb{R}$; $y' = 6x - 3x^2 = 3x(2-x)$; $6x - 3x^2 = 0$. Таким образом, $x = 0$, $x = 2$ — критические точки. Исследуя значения производной на соответствующих критическим точкам промежутках, получим (рис. 5).

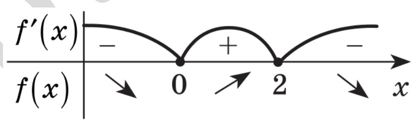

Рис. 5: к решению задания 7 варианта 1

Следовательно,

$$x_{\min} = 0;\ x_{max} = 2.$$

Ответ: $x_{\min} = 0$; $x_{max} = 2$.

8. $f(x) = 2x^5 + 4x^3 + 3x - 7$. $D(y) = \mathbb{R}$; $f'(x) = 10x^4 + 12x^2 + 3$. Поскольку для любого $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) > 0$, то отсюда следует, что $f(x)$ возрастает на $\mathbb{R}$.

9. Прямые параллельны если их угловые коэффициенты равны. Следовательно $y'(x_0) = 1$. Найдём y':

$$y'(x) = \frac{(x+2)-(x+1)}{(x+2)^2} = \frac{1}{(x+2)^2}.$$

Таким образом,

$$y'(x_0) = 1;\ \frac{1}{x_0+2^2} = 1,$$

откуда следует, что

$$(x_0+2)^2 = 1;\ x_0+2 = 1;\ x_0 = -1 \text{ или } x_0+2 = -1;\ x_0 = -3.$$

Таким образом, точками, в которых касательная параллельна прямой $y = x - 3$, будут $(-1;\ 0)$ и $(-3;\ 2)$.

Ответ: $(-1;\ 0)$ и $(-3;\ 2)$.

Вариант 2.

1. Б. **2.** В. **3.** Г. **4.** А. **5.** А. **6.** Г.

7. $y = x^4 - 2x^2;\ D(y) = \mathbb{R};\ y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2-1);\ D(y') = \mathbb{R};\ 4x(x^2-1) = 0;\ x = 0$ и $x = \pm 1$. Таким образом, $x = 0,\ x = \pm 1$ — критические точки. Исследуя значения производной на соответствующих критическим точкам промежутках, получим (рис. 6).

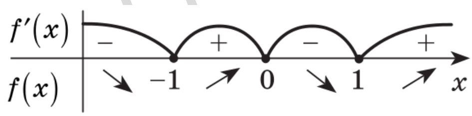

Рис. 6: к решению задания 7 варианта 2

Следовательно,

$$x_{\min} = -1;\ x_{\min} = 1;\ x_{max} = 0.$$

Ответ: $x_{\min} = -1;\ x_{\min} = 1;\ x_{max} = 0$.

8. $f(x) = 5 - 2x - x^3 - 4x^7$. $D(f) = \mathbb{R};\ f'(x) = -2 - 3x^2 - 28x^6$. Так как для любого $x \in \mathbb{R}:\ f'(x) < 0$, то $f(x)$ убывает на $\mathbb{R}$.

9. Прямые параллельны если их угловые коэффициенты равны. Следовательно $y'(x_0) = 2$. Найдём y':

$$y'(x) = \frac{(x+1)-(x-1)}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2}.$$

Таким образом,

$$y'(x_0) = 2;\ \frac{2}{x_0+1^2} = 1,$$

откуда следует, что

$$(x_0+1)^2=1;\ x_0+1=1;\ x_0=0 \text{ или } x_0+1=-1;\ x_0=-2.$$

Таким образом, точками, в которых касательная параллельна прямой $y=2x+3$, будут (0; −1) и (−2; 3).

Ответ: (0; −1) и (−2; 3).

V. ПОДВЕДЕНИЕ ИТОГОВ УРОКА.

Собрав работы, учитель отвечает на вопросы, возникшие у учащихся в процессе написания контрольной работы, и знакомит их с ответами, заранее подготовленными на доске.

VI. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ.

1. Повторить таблицу производных элементарных функций.
2. Подготовить короткое сообщение о математиках, которые внесли вклад в развитие понятия производная.